

双障碍期权产品 ——产品设计与对冲风险分析

专题摘要

量化品种：双障碍期权产品

- 主要结论：**该报告研究了双障碍期权产品的设计方法。该产品包含固定收益与浮动收益两部分，固定收益来自信贷产品，浮动收益来自双障碍期权。这种期权具有成本较低，潜在收益高的特点，但是对冲困难，期权发行方需要承担一定对冲风险。因此该报告提出一种对冲方法来减少期权成本与对冲风险，并通过对历史数据回测与蒙特卡罗模拟量化对冲风险。
- 主要逻辑和论据：**双障碍期权产品的实质是利用固定收益的一部分收入来复制一个低成本，高回报的双障碍期权。由于双障碍期权在障碍价格处的不连续性，导致在期权临近到期时障碍价格附近期权 delta、gamma 值过大的情况出现。这里使用了随到期日临近逐步外移期权障碍价格的方法来限制 delta、gamma 值，使期权对冲成为可能，同时减小期权成本与对冲风险。
- 其他：**虽然这里给出的交易方法能较好地降低双障碍期权的对冲风险，但在极端情况下对冲这类期权仍可能造成较大损失或带来意外盈利。

量化研究员

齐放

+86 (0)755 8891 4181

gifang@citicsf.com

从业资格号 F0304716

投资咨询号 TZ007937

农产品研究员

高旺（白糖）

010-57762985

gaowang@citicsf.com

从业资格号 F3004611

目录

专题摘要	1
一、 产品简介	3
二、 产品基本面分析与预测	3
1. SR1509 价格底部预测	3
2. SR1509 价格顶部预测	5
三、 资产配置	6
四、 期权交易模型	6
1. 控制方程	7
2. 边界条件	7
3. 模型参数	8
4. 数值方法	8
五、 风险控制	9
1. 浮动收益风险	9
2. 固定收益风险	11
免责声明	12

图目录

图表 1 产品赔付	3
图表 2 白糖 SR1509 近期走势	4
图表 3 糖现货价格及期现差价	4
图表 4 期权对冲过程中 delta 值分布	9
图表 5 期权对冲盈亏概率密度。左图：历史模拟。右图：MC 模拟。	10

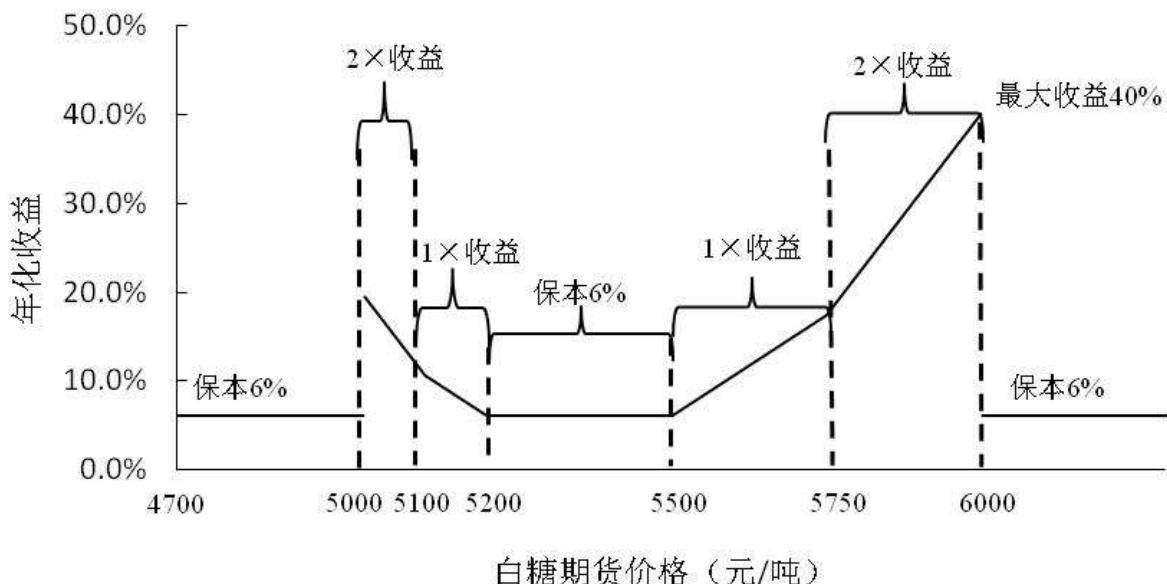
表目录

表格 1 中国食糖供需平衡表	5
表格 2 产品资产配置	6
表格 3 客户收入	6
表格 4 发行方收入	6
表格 5 各种期权对冲方法比较	10
表格 6 期权对冲盈亏主要风险指标	11

一、产品简介

如下图所示，这款半年期产品挂钩白糖期货，除了给客户 6% 的固定年化收益，还包含了浮动收益，也就是客户额外盈利。如果产品到期时白糖期货价格在 5100-5200 和 5500-5750 两个区间，则客户可获得白糖价格变动的 1 倍收益；如果价格在 5000-5100 和 5750-6000 两个区间，则客户可获得白糖价格变动的 2 倍收益；如果期货价格在这些区间之外，则客户的浮动收益为 0，仅能获得 6% 的固定年化收益。

图表 1 产品赔付



二、产品基本面分析与预测

从目前的基本面来看，我们认为，食糖价格处于上涨周期，一方面，产量大幅下降，另外一方面，国家为了维护国内农户及糖厂的利益，对食糖进口进行管控，这使得食糖价格底部可能较为容易预测，但顶部，受政策影响较大，后期价格走势很大程度上取决于进口情况；因为只要价格下跌，进口这块会从紧，若价格大幅上涨，那么进口政策会不会做适当调整，这很难判断。我们尽力从供需基本面、季节性因素及政府大致态度来进行预测。

1. SR1509 价格底部预测

目前，SR1509 价格在 5350 左右，柳州现货价格在 5100 左右，期现差价在 250 元左右；我们认为，目前是食糖库存压力较大的时期，但受减产及进口管控的影响，现货价格不会出现大幅下调；另外，从成本角度考虑，广西白糖较低成本在 4600 左右（不含税），稍高成本在 4800-5100 左右，食糖生产成本以广西为例，甘蔗收购价格 400-410，到厂价在 430 左右，8.5-9 吨甘蔗生产一吨食糖，原料成本在 3700 左右，加工费及企业财务费、管理费等，根据企业不同，成本在 1000-1400 左右，广西食糖生产成本不含税在 4600-5100 左右。那么我们认为，在这种基本面情况下，4-5 月份现货价格应该在 4900 左右还在企业的接受范围之内，继续下调概率不大，那么期货价格最多应

该回调至 5000 附近。这应该是 SR1509 的底部区域。当然，后期政策继续从紧，这个价格可能不会到。5 月份之后，价格再回到这个位置的几率更小。

风险因素：1、走私糖大量进入 2、政策放松

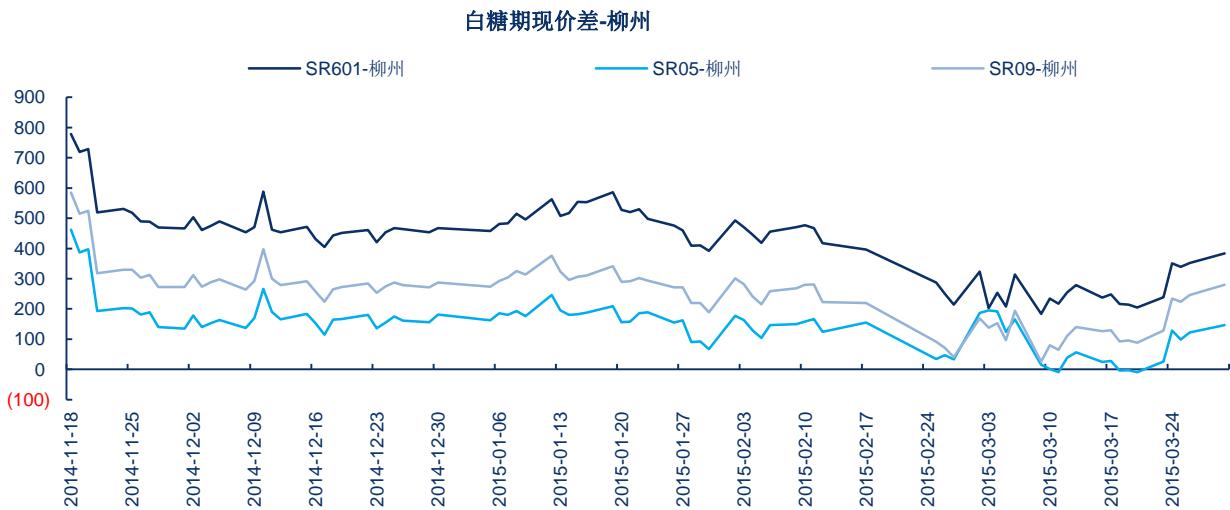
图表 2 白糖 SR1509 近期走势



资料来源：Wind 中信期货研究部

图表 3 糖现货价格及期现差价





2. SR1509 价格顶部预测

目前，产量基本明确，后期能走多高，取决于进口量和消费，消费我们认为将保持小幅增长，起码能持平（若后期价格大幅上涨，淀粉糖或有替代），那么后期价格上涨的高度主要取决于进口量；我们预计本榨季的进口量会控制在 315 万吨之内，期末库存将大幅下降，且进口的原糖还需要加工，那么后期实际可流通的白糖量较少；本案很难定量的给出一个顶部的价格，目前 SR1509 的价格在 5350 左右，和配额外进口糖差价在 1300 左右，如果后期价格继续大幅上涨，进口政策或放松，将打压糖价，且，如果到 6000 上，或引发部分储备糖出库，我们认为，6000 将是一个重要的关口；SR1509 价格顶部或在 6000 附近。

表格 1 中国食糖供需平衡表

单位: 千吨	10/11	11/12	12/13	13/14	14/15E
结转库存(1/10)	1,990	1,350	4,170	7,140	9,810
食糖产量	10,450	11,510	13,060	13,300	10,500
甘蔗糖产量	9,660	10,510	11,970	12,560	9760
甜菜糖产量	794	1,000	1,090	740	740
国内总供给	12,440	12,860	17,230	20,440	20,310
进口	2,070	4,260	3,670	4,020	3,150
总供给	14,510	17,120	20,900	24,460	23,460
国内总需求	13,100	12,900	13,700	14,600	15,000
出口	60	50	60	50	50
总需求	13,160	12,950	13,760	14,650	15,050
国家储备	490	2,900	5,800	6,200	6,600
可流通库存	860	1,270	1,340	3,610	1,810
年末总库存(30/9)	1,350	4,170	7,140	9,810	8,410

三、资产配置

该产品主要投资于第三方信贷产品以获得年化约 11%的固定收益，一小部分用于期权投资以产生如图表 1 所示的浮动收益。假设产品规模为 1000 万元，主要资产配置如下表所示

表格 2 产品资产配置

	期权费用	信贷投资
产品比例	0.45%	99.55%
实际投入（万元）	4.51	995.49
预期收益回报率（年化）	0-75.4 倍	11%
预期实际收益（万元）	0-170.06	54.75

信贷投资产生固定收益，期权投资比例虽然小，但是杠杆高，将有可能产生较大收益。期权由产品发行方负责复制。信贷产品则需寻求信用良好的第三方提供支持，探寻可行的合作模式。目前网上有不少 P2P、P2B 金融平台可以做到 12% 的收益，例如人人贷、亚稳健日金计划、信慧金融等。

客户的收入与发行方的收入如表格 3 和表格 4 所示。信贷投资产生的固定收入，客户将获得这部分收入的 55.4%，发行方获得其余收益。在浮动收入部分，客户获得 0 或可能高达 75.4 倍期权费的收益。发行方将承担期权对冲的误差，该误差的期望值约为 0，标准差通常为期权名义金额的 1%，占总资产比例的 1.22%。在极端情况下，发行方可能由于市场剧烈波动而造成更大损失，但也可能获得更多的潜在收益。这部分将在下一部分中详述。

表格 3 客户收入

	信贷固定收入	期权浮动收入
预期收益率（年化）	6%	0-75.4 倍
实际收益（万元）	30	0-170.06

表格 4 发行方收入

	信贷固定收入(万元)	期权浮动收入(万元)	夏普比率
占总资产比例	2.48%	±1.22%	—
实际收益（万元）	24.75	±12.16	2.03

四、期权交易模型

该产品的浮动收益部分实际上是一个双障碍敲出期权，利用经典 Black-Scholes-Merton 方程虽然可以给出理论上的无套利价格，并提供了利用动态交易标的资产复制期权的方法（即 delta 对冲），但在本产品的应用上还需稍作修改。

首先经典模型作出了无套利假设，即所有资产的期望回报率都是无风险利率，但本产品的固定收益要达到 11%，远高于无风险利率。期货交易实际上需要占用较多保证金，而期货交易所对保证金一般只提供 0 利率或短期存款利率，远低于 11%。所以这就要求我们的交易模型为额外的保证

金占用产生出高利率。这里利用的方法是修改对冲时的仓位以产生额外盈利来覆盖利息，详细方法见本部分第 1 节。

其次当双障碍期权标的资产价格接近障碍价格时，由于期权产生的赔付是不连续的，这时 delta 变化剧烈，也就是说期货仓位的变化可能不能及时跟上标的资产价格的变化，这就要求对最大仓位作出限制。这里利用的方法是随着期权到期日临近不断外移障碍价格，减缓 delta 变化，详细方法见本部分第 2 节。

1. 控制方程

期货保证金成本可以通过修改 BS 模型做 delta 对冲覆盖的。假设期货价格为 F ,持仓量为 Δ , 期权价值为 $V(t, F)$, 无风险利率为 r ,交易保证金率为 m ,资金成本利率为 p ,期货价格 F 符合随机微分方程 (SDE) :

$$dF = \sigma F dt \quad (1)$$

卖出期权 f 后建立头寸 $\Delta F - f$,此时需要付出的资金成本为 $mp|\Delta|F$, 则此头寸满足 SDE:

$$d(\Delta F - V) - mp|\Delta|F dt = -rV dt \quad (2)$$

其中 Δ 包含绝对值号，是因为在期货上无论多头还是空头同样消耗保证金成本。利用伊藤引理展开公式 (2) 后得到偏微分方程 (PDE) :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + mp \left| \frac{\partial V}{\partial F} \right| F + \frac{1}{2} \sigma^2 F^2 \frac{\partial^2 V}{\partial F^2} = rV \quad (3)$$

其中

$$\Delta = \frac{\partial V}{\partial F} \quad (4)$$

与 Black 方程相比，公式 (3) 带绝对值项的一阶导数，该项的引入使得计算期权价格时包含了一定的保证金利息，但大部分利息收入是从公式 (4) 中，根据 Δ 作交易所产生。其实质是适当增加期货仓位，在期货上升时增加期货账户上的获利。

2. 边界条件

在图表 1 中，如果标的期货价格一旦触碰到障碍价格 5000 或 6000，这个期权就马上失效了，所以在这两个位置的期权价值应该为 0，但是这样做的结果是造成赔付函数不连续，当标的价接近障碍价格时期权 delta 会变得非常大，以至于在实际对冲中无法及时调整仓位或造成在这个位置上大量进出导致巨额交易费用的损失。一个可行的方法是将障碍价格外移比如说对冲一个在 4950 和 6100 敲出的期权，但这又会造成期权成本过分增加。

所以这里采用一个折衷的办法，就是在对冲过程中逐渐外移期权的障碍价格。在刚建仓时按障碍价格为 5000 和 6000 的期权建仓，随着到期日临近，逐步外移障碍价格至 4950 和 6100。这就能解决临近到期日时 delta 在障碍价格处过大的问题，同时有效控制期权成本。实际对冲中障碍价格的选取取决于期权发行方的风险偏好，一般障碍价格取得远对冲越容易，但期权成本越高。详细分析将在 1 节中论述。

这里采用线性外移的方法，即公式（3）在左边界上，期权价值 V 满足

$$V(L(\tau)) = 0 \quad (5)$$

$$L(\tau) = 4950 + \tau(5000 - 4950)/T \quad (6)$$

公式（3）在右边界上，期权价值 V 满足

$$V(R(\tau)) = 0 \quad (7)$$

$$R(\tau) = 6100 + \tau(6000 - 6100)/T \quad (8)$$

其中 T 为期权总的有效时间， τ 为期权距离到期日的时间。

公式（3）的初始条件为期权的赔付函数，即 $V(0, F)$ 在 $F \in [4950, 6100]$ 区间上满足

$$V(0, F) = (5100 - F, 0)_+ + (5200 - F, 0)_+ + (F - 5500, 0)_+ + (F - 5750, 0)_+ \quad (9)$$

3. 模型参数

从实际出发考虑，公式（3）中使用到的无风险利率将接近银行活期存款利率，非常小，所以这里近似为0。郑商所规定白糖期货的保证金为 $m = 6\%$ 。

资金成本利率 p 是我们要求期货保证金账户上产生的利率。这里假设期权发行方是信用良好的金融机构，期货保证金的来源可以有两个。第一，产品发行后所获得的资金，从表格2可知，该笔资金的99.55%将投入信贷产品中，假设该信贷产品允许随时小额赎回，则这部分资金可充当期货保证金。充当期货保证金的资金必须同样产生11%的利息。第二，该发行方可以4%左右的成本按Shibor利率进行融资贷款，筹集保证金。那么期货保证金账户必须产生15%的利息来覆盖贷款(4%)与赔付客户(11%)。无论保证金来源是哪一方，期货保证金账户上的利息都必须至少为11%。所以这里设 $p = 15\%$ ，稍大于赔付客户所需利率以覆盖对冲误差。 p 的值并非设得越大越好，因为 p 越大，期权价格越高，同时对冲时的gamma风险越大。在使用公式（3）时，发行方应根据自身信用度与风险偏好设定 p 值。

公式（3）中最难设定的参数是波动率 σ ，因为虽然模型假设它是常量，但实际上它是一个随机变量，较难预测。这里我们使用Garch模型拟合白糖连续合约的时间序列，然后求出未来6个月白糖期货的实现波动率期望值 σ 为18.4%。

4. 数值方法

期权的价值 $V(t, F)$ 与delta Δ 的计算是在给定边界条件（5）至（9）基础上利用有限差分法求解公式（3）。由于带绝对值项的一阶导数存在，经典全隐式Crank-Nicolson格式较难直接应用。这里采用半隐式求解，即不含绝对值项的导数采用Crank-Nicolson格式离散，带绝对值项的一阶导数采用中心差分格式离散。这样做使得在利用隐式格式数值稳定性的同时保留了显式格式的计算效率。

由于使用随时间变动的障碍价格，即公式（5）至（8），求解公式（3）的网格划分也是一个动态过程。在逆时间积分的过程中网格范围从[4950, 6100]逐渐缩至[5000, 6000]。每积分一步即根据公

式 (6) 与 (8) 判定边界网格是否仍有效并在临界网格上对 $V(t, F)$ 赋值 0。

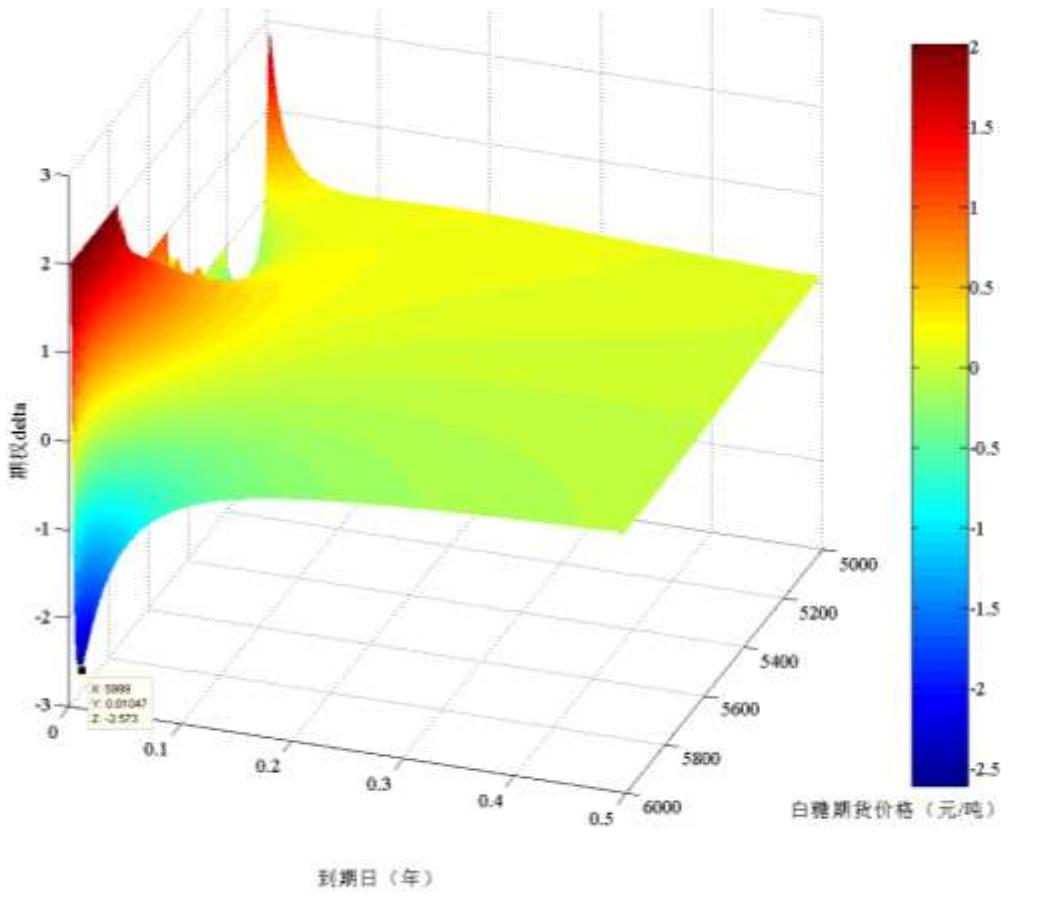
五、风险控制

对该产品的客户而言，这项产品的风险就是发行方的信用风险，这里不做论述。对发行方而言，该产品的风险分别来自浮动与固定收益部分。这里主要论述发行方对冲期权所带来的浮动风险。

1. 浮动收益风险

对冲障碍期权的难点主要是在到期日临近，标的价格接近障碍价格时。由于在这个位置附近期权价格是不连续的，期权 delta、gamma 值都会变大，这个情况利用外移边界的方法能在一定程度上改善。图表 4 作出了期权有效期间 delta 值的分布图，从图中可见 delta 的最大值已经被限制在 3.0 以内。相对其他位置 delta 在临近到期时变化剧烈。

图表 4 期权对冲过程中 delta 值分布



数据来源：中信期货研究部

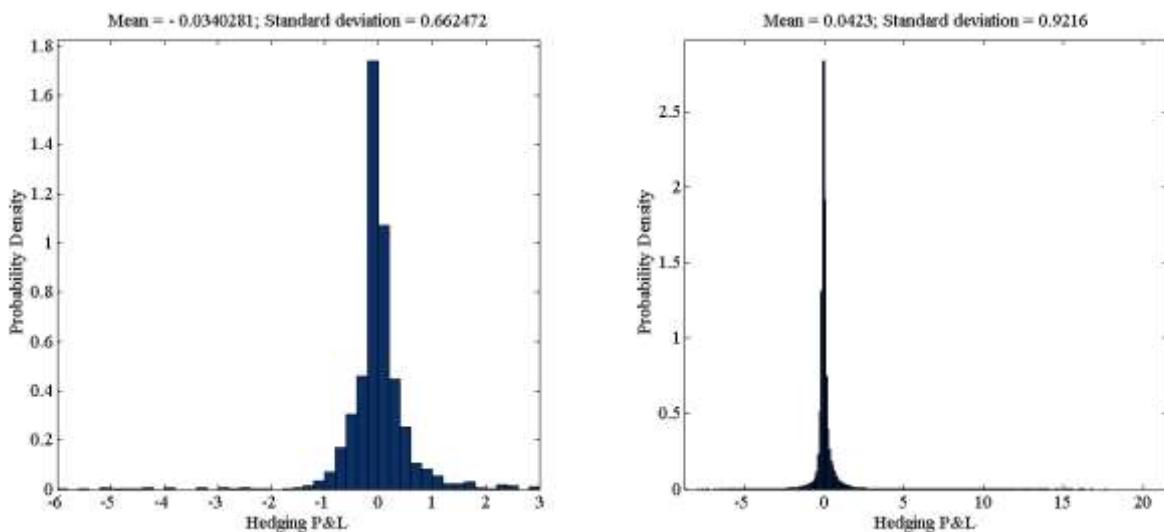
表格 5 给出了各种对冲方法在最差情况下的估计。如果只使用原始的障碍价格，delta 值在到期时是无穷大，导致根本不可能对冲。在使用了外移边界后，最大仓位，保证金都受到限制。在最糟糕的情况下，期货价格每变动 1 元，期货仓位就要变动 34 手，实际操作中虽然困难但利用程序化交易仍有可能做得到。如果想进一步降低最坏情况下的风险，则可以继续外延障碍价格。虽然在极端情况下固定障碍价格对冲的风险跟动态移动障碍对冲的风险一样，但是动态移动障碍对冲的成本却较低。

表格 5 各种期权对冲方法比较

	原始障碍	固定外移障碍	动态移动障碍
期权价格（名义金额比例）	0.2%	0.48%	0.37%
最大仓位（手）	∞	506.65	506.65
最大保证金（万元）	∞	182	182
最大仓位变动（手/元）	∞	34	34

在实际对冲期权过程中，主要还存在两方面的风险。首先第错误!未找到引用源。节中的模型假设了波动率参数是恒定的，但实际中并非如此。模型也假设了对冲过程是连续的，但现实交易中很难做到，只能按照一定的对冲频率来交易标的。因此并不能完美对冲期权，但是对冲期权的误差是可以量化的。这里可以使用历史数据或蒙特卡罗法（MC）来进行模拟对冲，按照第错误!未找到引用源。节中的模型计算每个样本的对冲盈亏。这里我们选取了白糖连续合约从 2006 年到 2014 年的数据进行模拟回测，对冲波动率采用 Garch 模型所作的预测。由于历史数据有限，只有约 1500 个样本，我们同时采用 MC 模拟 10 万个样本来做参考。对冲频率是每天一次。对冲盈亏是按名义金额的百分比计算，得出的对冲盈亏概率密度如图表 5 所示。两种模拟方法得出的对冲盈亏均值都在 0 附近，整体误差也靠近 0，说明第错误!未找到引用源。节中的模型是适用的。注意到两种模拟情况中都有可能出现较大亏损，达到期权名义金额的 6% 左右，但这是极端情况，发生概率极小。另外历史模拟跟 MC 模拟有一个显著不同是，MC 模拟出现极端盈利的情况，可以达到名义金额的 15% 以上。两种模拟情况的差异主要来源于样本容量的不同。按照第错误!未找到引用源。节中的模型进行对冲，如果标的价格在落在 6000-6100 或 4950-5000 这个区间，我们的对冲的期权将产生额外盈利，而实际上按照图表 1 的赔付曲线，这部分收益是不会赔给客户的，因此期权发行者将获得这部分巨额收益。由于 MC 模拟的样本容量远远大于历史模拟，这类事件出现在统计结果上的机会就多。所以在 MC 模拟上可以看到右方的一条长尾巴。

图表 5 期权对冲盈亏概率密度。左图：历史模拟。右图：MC 模拟。



对冲期权获得巨额收益只是小概率事件，期权发行者更关心的是期权对冲的总体差异以及可能出现的巨额亏损。表格 6 列出了期权对冲的主要风险指标。由于 MC 模拟在右方产生的“盈利长尾”使得其标准差偏大达到名义金额的 0.92%。因此在这个方案中考察其他风险指标可能更有意义。历史模拟模拟给出的 VaR 值为 0.755%，即对冲期权有 5% 的概率亏损大于名义金额的 0.755%，在这 5% 的极端情况中，平均亏损为 1.73%。

表格 6 期权对冲盈亏主要风险指标

	平均值	标准差	VaR (5%)	平均巨亏 (5%)
历史模拟	-0.0340281	0.662472	0.755241	1.73302
MC 模拟	0.0423224	0.921598	0.583776	1.78307

2. 固定收益风险

这部分的风险主要来源于第三方的违约，即在产品到期日第三方不能还本付息。在我国目前状况下，违约风险没有工具进行对冲。可行的办法是在合作前调查对方信贷记录，寻找可靠第三方合作。也可以寻找多个第三方合作，分散违约风险。

免责声明

除非另有说明，本报告的著作权属中信期货有限公司。未经中信期货有限公司书面授权，任何人不得更改或以任何方式发送、复制或传播此报告的全部或部分材料、内容。除非另有说明，此报告中使用的所有商标、服务标记及标记均为中信期货有限公司的商标、服务标记及标记。中信期货有限公司不会故意或有针对性的将此报告提供给对研究报告传播有任何限制或有可能导致中信期货有限公司违法的任何国家、地区或其它法律管辖区域。

此报告所载的全部内容仅作参考之用。此报告的内容不构成对任何人的投资建议，且中信期货有限公司不因接收人收到此报告而视其为客户提供。

中信期货有限公司认为此报告所载资料的来源和观点的出处客观可靠，但中信期货有限公司不担保其准确性或完整性。中信期货有限公司不对因使用此报告及所载材料而造成的损失承担任何责任。此报告不应取代个人的独立判断。中信期货有限公司可提供与本报告所载资料不一致或有不同结论的报告。本报告和上述报告仅反映编写人的不同设想、见解及分析方法。本报告所载的观点并不代表中信期货有限公司或任何其附属或联营公司的立场。

此报告中所指的投资及服务可能不适合阁下，我们建议阁下如有任何疑问应咨询独立投资顾问。此报告不构成投资、法律、会计或税务建议，且不担保任何投资及策略适合阁下。此报告并不构成给予阁下的私人咨询建议。

中信期货有限公司2015版权所有并保留一切权利。

深圳总部

地址：深圳市福田区中心三路8号卓越时代广场二期13-14层
邮编：518048
电话：400-990-8826
传真：(0755)83241191
网址：<http://www.citicsf.com>